



منصة زاد أكاديمي
الدورة الأسطورية في المراجعة النهائية
BAC 2023



الإسم:

اللقب:

إختبار مادة:

الموضوع رقم: 08 / 10 مواضيع

ورقة الإجابة

التمرين 1: $u_0 > \sqrt{3}$ $u_{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{3}{u_n} \right)$

(1) أ- من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} - \sqrt{3} = \frac{1}{2u_n} (u_n - \sqrt{3})^2$ 0,75

ليكن $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} - \sqrt{3} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{3}{u_n} \right) - \sqrt{3}$$

$$= \frac{u_n^2}{2u_n} + \frac{3}{2u_n} - \frac{2\sqrt{3}u_n}{2u_n} = \frac{u_n^2 + 3 - 2\sqrt{3}u_n}{2u_n}$$

$$= \frac{(u_n - \sqrt{3})^2}{2u_n} = \frac{1}{2u_n} (u_n - \sqrt{3})^2$$

ب- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ $u_n > \sqrt{3}$ $P(n)$ 0,75

لدينا $u_0 > \sqrt{3}$ ومنه $P(0)$ صحيحة

ليكن $n \in \mathbb{N}$ نفرض $P(n)$ أي $u_n > \sqrt{3}$

لدينا ومنه

$$u_{n+1} - \sqrt{3} = \frac{1}{2u_n} (u_n - \sqrt{3})^2$$

$$u_{n+1} = \frac{1}{2u_n} (u_n - \sqrt{3})^2 + \sqrt{3} > \sqrt{3}$$

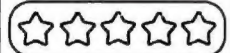
لأن $0 < \frac{1}{2u_n} (u_n - \sqrt{3})^2$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة



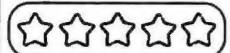
عبر بالنجوم على
درجة صعوبة التمرين
وشاركها معنا
في السبوري



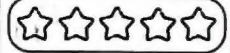
التمرين الأول



التمرين الثاني



التمرين الثالث



التمرين الرابع



التمرين الخامس



حمل
التطبيق

ت - دراسة إشارة تغير (u_n) ليكن $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{u_n^2}{2u_n} + \frac{3}{2u_n} - \frac{2u_n^2}{2u_n} = \frac{3 - u_n^2}{2u_n}$$

لأن $0 < 2u_n$ له نفس إشارة $3 - u_n^2$

ولذلك

| | | |
|-------------|------------|-----------|
| u_n | $\sqrt{3}$ | $+\infty$ |
| $3 - u_n^2$ | | - |

ومن (u_n) متناقصة تمامًا

(u_n) متناقصة تمامًا ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة.

$$V_n = \ln \left(\frac{u_n - \sqrt{3}}{u_n + \sqrt{3}} \right)$$

0,7

ل $(1 - \text{من أجل كل } n \in \mathbb{N})$

$$u_{n+1} + \sqrt{3} = \frac{1}{2u_n} (u_n + \sqrt{3})^2$$

ليكن $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} + \sqrt{3} = \frac{u_n^2}{2u_n} + \frac{3}{2u_n} + \frac{2\sqrt{3}u_n}{2u_n}$$

$$= \frac{u_n^2 + 3 + 2\sqrt{3}u_n}{2u_n} = \frac{1}{2u_n} (u_n + \sqrt{3})^2$$

ب - (V_n) متسلسلة أسية ل $(1 - \text{من أجل كل } n \in \mathbb{N})$

$$V_{n+1} = \ln \left(\frac{u_{n+1} - \sqrt{3}}{u_{n+1} + \sqrt{3}} \right) = \ln \left(\frac{\frac{1}{2u_n} (u_n - \sqrt{3})^2}{\frac{1}{2u_n} (u_n + \sqrt{3})^2} \right)$$

$$= \ln \left(\left[\frac{u_n - \sqrt{3}}{u_n + \sqrt{3}} \right]^2 \right) = 2 \ln \left(\frac{u_n - \sqrt{3}}{u_n + \sqrt{3}} \right) = 2V_n$$

$$V_n = V_0 \times 2^n$$

V_n بدلالة u_0 و n :

$$= \ln \left(\frac{u_0 - \sqrt{3}}{u_0 + \sqrt{3}} \right) \times 2^n \quad V_0 = \ln \left(\frac{u_0 - \sqrt{3}}{u_0 + \sqrt{3}} \right)$$

ت - بما أن (V_n) متنازعة وأساساً $q > 1$ وبما أن $V_0 < 0$

$$U_0 - \sqrt{3} < U_0 + \sqrt{3}$$

$$\frac{U_0 - \sqrt{3}}{U_0 + \sqrt{3}} < 1 \text{ أي، } \lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = -\infty$$

$$\ln\left(\frac{U_0 - \sqrt{3}}{U_0 + \sqrt{3}}\right) < 0$$

$$\frac{1}{2}\left(l + \frac{3}{l}\right) = l \text{ أي، } f(l) = l \text{ أي، } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = l$$

$$l + \frac{3}{l} - 2l = 0 \text{ أي، } l + \frac{3}{l} = 2l \text{ أي،}$$

$$\frac{3}{l} - l^2 = 0 \text{ أي، أي، } \frac{3}{l} - \frac{l^2}{l} = 0 \text{ أي،}$$

$$l = \sqrt{3} \text{ أي، } 3 - l^2 = 0 \text{ أي،}$$

$$l = -\sqrt{3} \text{ أي،}$$

$$U_n > \sqrt{3}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \sqrt{3} \text{ أي،}$$

$$S_n = \frac{U_0 - \sqrt{3}}{U_0 + \sqrt{3}} \times \frac{U_1 - \sqrt{3}}{U_1 + \sqrt{3}} \times \dots \times \frac{U_n - \sqrt{3}}{U_n + \sqrt{3}}$$

$$= e^{V_0} \times e^{V_1} \times \dots \times e^{V_n}$$

$$= e^{V_0 + V_1 + \dots + V_n}$$

$$= e^{V_0 \times \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1}}$$

$$= e^{\ln\left(\frac{U_0 - \sqrt{3}}{U_0 + \sqrt{3}}\right) \times (2^{n+1} - 1)}$$

$$V_n = \ln\left(\frac{U_n - \sqrt{3}}{U_n + \sqrt{3}}\right)$$

$$e^{V_n} = \frac{U_n - \sqrt{3}}{U_n + \sqrt{3}}$$

التصريف الثاني :

$$C_9^3 = 84$$

عدد الحالات الممكنة

$$P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)} = \frac{C_2^1 \times C_7^2 + C_7^3}{C_9^3} = \frac{1}{4}$$

$$P(B) = \frac{C_4^3 + C_3^3}{C_9^3} = \frac{5}{84} \quad \text{أو } \frac{1}{4} \times 4$$

$$P(C) = \frac{C_3^2 \times C_6^1}{C_9^3} = \frac{18}{84}$$

تعتبر "D" الحصول على ثلاثة كرات تحمل ألوان العلم الوطني

$$P(D) = \frac{C_2^1 \times C_3^1 \times C_4^1}{C_9^3} = \frac{24}{84}$$

ل (أ) - القيم الممكنة للمتغير العشوائي هي $\{0, \alpha, 2\alpha, 3\alpha\}$

لأنه لدينا أربع حالات ممكنة

الحالة الأولى : عدم سحب أي كرة حمراء $X=0$

الحالة الثانية : سحب كرة حمراء بالضبط $X=\alpha$

الحالة الثالثة : سحب كرتين حمرايين بالضبط $X=2\alpha$

الحالة الرابعة : سحب ثلاث كرات حمراء $X=3\alpha$

عانون الاحتمال :

| | | | | |
|-------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| x_i | 0 | α | 2α | 3α |
| P_i | $\frac{10}{84}$ | $\frac{40}{84}$ | $\frac{30}{84}$ | $\frac{4}{84}$ |

1

$$P(X=0) = \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{10}{84}$$

$$P(X=1) = \frac{C_4^1 \times C_5^2}{C_9^3} = \frac{40}{84}$$

$$P(X=2) = \frac{C_4^2 \times C_5^1}{C_9^3} = \frac{30}{84}$$

$$P(X=3) = \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{4}{84}$$

$$E(X) = \sum_{i=1}^4 x_i p_i$$

أو يمكننا $E(X)$ نلاحظ

$$= \frac{40d + 60d + 12d}{84} = \frac{112d}{84} \quad (0.95) \quad (0.95)$$

$$(0.95) \quad \left| \frac{112d - 84}{84} \right| \leq 2 \quad \text{أي} \quad |E(X) - 1| \leq 2 \quad \text{نضع}$$

$$-168 \leq 112d - 84 \leq 168 \quad \text{أي} \quad -2 \leq \frac{112d - 84}{84} \leq 2$$

$$-84 \leq 112d \leq 252 \quad \text{أي}$$

$$-\frac{3}{4} \leq d \leq \frac{9}{4} \quad \frac{-84}{112} \leq d \leq \frac{252}{112} \quad \text{أي}$$

$$d \in \{1, 2\} \quad \text{أي}$$

التصريف 03: نضع $z^3 + 1 = 0$ نكافئ $(z+1)(z^2 - z + 1) = 0$

ومنه $z + 1 = 0$ من ① $z = -1$

من ② لدينا $z^2 - z + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$
 $= 1 - 4 = -3$

نأخذ $(\sqrt{3}i)^2 = -3$ ومنه $z_A = z_1 = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

$z_B = z_2 = \bar{z}_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ $z_C = a z_A$

ومنه مجموعة الحلول هي $S = \left\{ -1, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right\}$

كتابة z_C على الشكل الأسّي $|z_A| = r_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$

نضع $\arg(z_A) = \theta_1$
 $\cos \theta_1 = x/r_1 = \frac{1}{2}$

$\sin \theta_1 = y/r_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\theta_1 = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ومنه
 حيث $k \in \mathbb{Z}$

$z_A = r_1 e^{i\theta_1} = 1 \times e^{-i\pi/3}$

ومنه $z_C = a z_A = \alpha e^{i\theta} \cdot e^{-i\pi/3}$
 $= \alpha e^{i(\theta - \pi/3)}$

$|z_B| = |\bar{z}_A| = 1$ z_B على الشكل الأسّي

$\arg(z_B) = -\arg(z_A) = \pi/3 + 2k\pi$

$z_B = e^{i\pi/3}$ ومنه

$$Z_B^{1438} = (e^{i\pi/3})^{1438} = e^{i \frac{1438\pi}{3}} \quad \text{لدينا}$$

$$= e^{i \frac{4\pi}{3}} = 1 \left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \right) \quad 1438 = 3 \times 479 + 1$$

$$= -\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{O.T.} \quad \frac{1438\pi}{3} = 479\pi + \frac{\pi}{3} \quad \text{وصىء}$$

$$= 478\pi + \pi + \frac{\pi}{3}$$

$$= 478\pi + \frac{4\pi}{3}$$

لدينا

$$Z_A^{2017} = (e^{-i\pi/3})^{2017} = e^{-i \frac{2017\pi}{3}}$$

$$= e^{-i\pi/3}$$

O.T.

$$-2017 = 3 \times -672 - 1$$

$$= Z_A = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

$$\frac{-2017\pi}{3} = -672\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$(Z_A)^{2017} - Z_B^{1438} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i = 1 \quad \text{O.T.}$$

$$L = \sqrt{6} - \sqrt{2} - (\sqrt{6} + \sqrt{2}) i$$

$$L^2 = -8\sqrt{3} - 8i \quad \text{لدينا}$$

$$L^2 = (\sqrt{6} - \sqrt{2} - (\sqrt{6} + \sqrt{2}) i)^2$$

O.T.

$$= (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 - (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2}) i$$

$$= 6 + 2 - 2\sqrt{12} - (6 + 2 + 2\sqrt{12}) - 2 \times 4 i$$

$$= -4\sqrt{12} - 8i = -4\sqrt{4 \times 3} - 8i = -8\sqrt{3} - 8i$$

كتابة L^2 على الصورة الأسية

$$|L^2| = \sqrt{(-8\sqrt{3})^2 + (-8)^2} = 16 \quad \text{O.T.}$$

$$\cos \theta_2 = \frac{x}{r} = \frac{-8\sqrt{3}}{16} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \sin \theta_2 = \frac{-8}{16} = -\frac{1}{2}$$

$$\theta_2 = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{6\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \text{ اوسو}$$

$$L^2 = 16 e^{i \frac{7\pi}{6}}$$

$$= 16 \left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) \right)$$

$$|L^2| = |L|^2$$

استنتاج طول و عرسه و L

$$16 = |L|^2$$

0,25

$$|L| = 4$$

اوسو

$$\arg(L) = \frac{\arg(L^2)}{2} \text{ اوسو, } \arg(L^2) = 2\arg(L) \text{ اوسو}$$

$$= \frac{7\pi/6}{2} = \frac{7\pi}{12}$$

$$L = \sqrt{6} - \sqrt{2} - (\sqrt{6} + \sqrt{2}) i$$

$$= 4 \left(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \right)$$

$$= 4 \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i 4 \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$$

0,25

$$\frac{19\pi}{12} = \frac{7\pi}{12} + \pi \text{ اوسو, } \begin{cases} \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \text{ اوسو,} \\ \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{-(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{4} \end{cases}$$

$$\cos\left(\frac{19\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$$

$$\sin\left(\frac{19\pi}{12}\right) = -\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$$

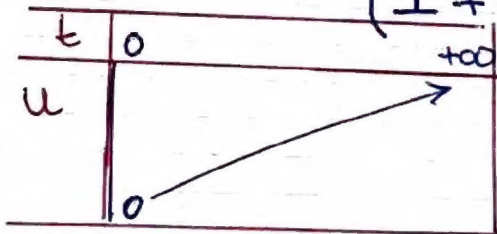
$$u(t) = 3 \ln(1+t) - \frac{t}{1+t}$$

التمرين 04 :

(1.I) دراسة اتجاه تغير u : من أجل كل $t \in]0, +\infty[$

$$u'(t) = 3 \cdot \frac{1}{1+t} - \frac{1}{(1+t)^2} = \frac{3(1+t) - 1}{(1+t)^2}$$

$$= \frac{3t + 2}{(1+t)^2} > 0 \quad (1)$$



ومن هنا u متزايدة تماماً على $]0, +\infty[$
 من أجل $t \in]0, +\infty[$ $u(t) > 0$

$$f(x) = x^3 (\ln(x+1) - \ln(x)) , x \in]0, 1]$$

$$\begin{cases} f(0) = 0 \end{cases}$$

(1-2) f قابلة للاشتقاق على $]0, 1[$ لأن

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 (\ln(x+1) - \ln(x))$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 \ln(x+1) - x^2 \ln(x)) = 0 \quad (0,1)$$

لأن $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \ln(x) = 0$
 ب - المستنتجة. ليكن $x \in]0, 1]$

$$f'(x) = 3x^2 \left(\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) \right) + x^3 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \right)$$

$$= x^2 \left(3 \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \frac{1}{x+1} \right) = x^2 u\left(\frac{1}{x}\right) > 0$$

$$u\left(\frac{1}{x}\right) = 3 \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} \quad \text{لأن}$$

$$= 3 \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}$$

من أجل كل $x \in]0, 1[$ ، $f'(x) < 0$ ومنه f متزايدة على $[0, 1]$

| x | 0 | 1 |
|---------|---|---|
| $f'(x)$ | 0 | + |
| $f(x)$ | 0 | |

جدول تغيرات:

$$\begin{cases} h(x) = x^3 \ln(x) \\ h(0) = 0 \end{cases}$$

$$g(x) = x^3 \ln(x+1)$$

ليكن $x \in [0, 1]$ من أجل كل $x \in]0, 1[$

$$\begin{aligned} g(x) - h(x) &= x^3 \ln(x+1) - x^3 \ln(x) \\ &= x^3 (\ln(x+1) - \ln(x)) = f(x) \end{aligned}$$

$$g(0) - h(0) = 0 - 0 = 0 = f(0)$$

ب- الوضع النسبي بين (f) و (g) ليكن $x \in]0, 1[$

$$f(x) - g(x) = -h(x) = -x^3 \ln(x) > 0$$

ومنه (f) فوق (g) على $]0, 1[$

$$f(0) = 0$$

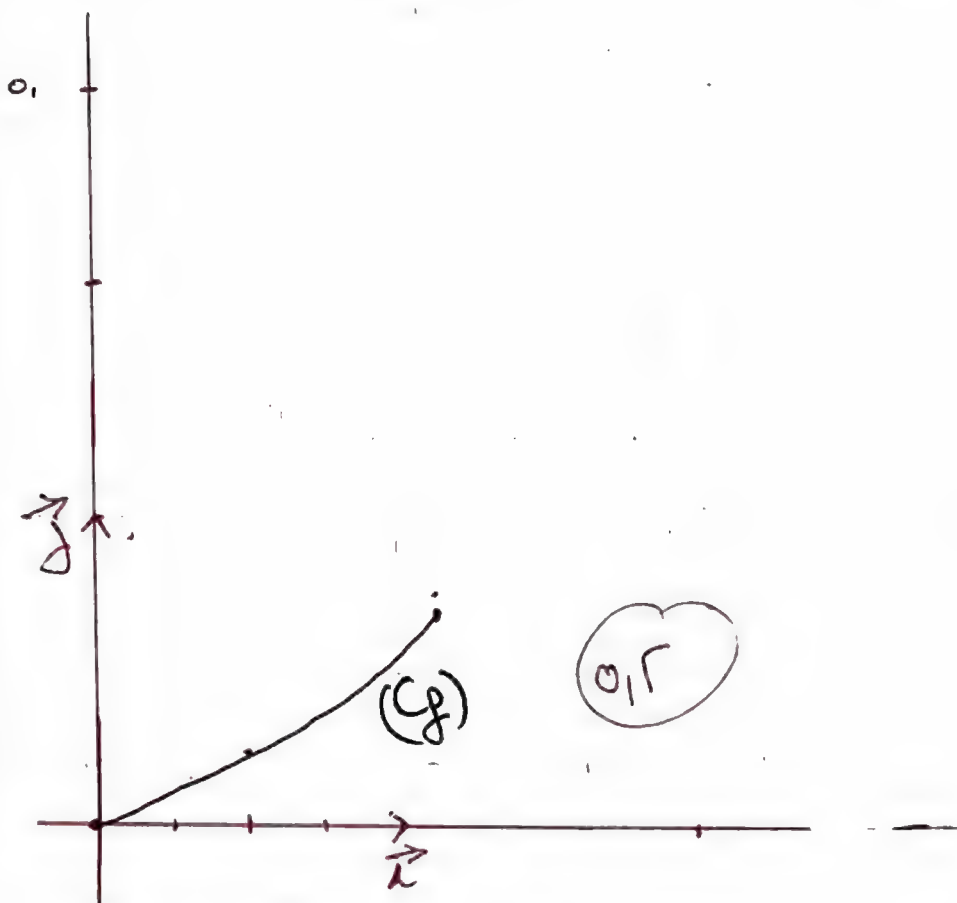
$$g(0) = 0$$

(g) يتقاطع مع (f) في $(0, 0)$

(T) و (T') متوازيان لأن $h'(x) = g'(x) - f'(x)$

$$\begin{aligned} h'(e^{-\frac{1}{3}}) &= (e^{-\frac{1}{3}})^2 (e^{-\frac{1}{3}} + 1) h'(x) = x^2 (3 \ln(x) + 1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$g'(e^{-\frac{1}{3}}) = f'(e^{-\frac{1}{3}}) \text{ ومنه } 0 = g'(e^{-\frac{1}{3}}) - f'(e^{-\frac{1}{3}})$$



$$A_\alpha = \int_\alpha^1 x^3 \ln(x) dx \quad \alpha \in]0; 1]$$

$$= [H(x)]_\alpha^1 = H(1) - H(\alpha) = -H(\alpha)$$

$$A_\alpha = \int_\alpha^1 x^3 \ln(x) dx$$

$$= \left[\frac{1}{4} x^4 \ln(x) \right]_\alpha^1 - \frac{1}{4} \int_\alpha^1 x^3 dx$$

$$= 0 - \frac{1}{4} \alpha^4 \ln(\alpha) - \frac{1}{4} \left[\frac{1}{4} x^4 \right]_\alpha^1$$

$$= -\frac{1}{4} \alpha^4 \ln(\alpha) - \frac{1}{16} (1 - \alpha^4) = -\frac{1}{4} \alpha^4 \ln(\alpha) + \frac{1}{16} \alpha^4 - \frac{1}{16}$$

$$H(0) = -\lim_{\alpha \rightarrow 0} A_\alpha$$

$$= \frac{1}{16}$$

$$\text{or, } -H(0) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} A_\alpha$$

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^1 (f(x) - g(x)) dx = \int_0^1 -x^3 \ln(x) dx \\
 &= - \int_0^1 x^3 \ln(x) dx = H(0) \quad (0,1) \\
 &= \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \times 16 \text{ cm}^2 = 1 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

التحريك الخامس:

(II) نعتبر المعادلة $21x - 17y = 8$ ①

① تحديد الثنائية (x_0, y_0) حل للمعادلة ① (0,1)

لدينا $21 \times 1 - 17 \times 1 = 4$ ومنه $21 = 17 \times 1 + 4$
 ومنه $21 \times 2 - 17 \times 2 = 8$ ومنه $\rightarrow (2, 2)$ ①

ب - حل المعادلة ① في \mathbb{N}^2

نضع $21x - 17y = 0$ ومنه $21x = 17y$ و $17 | 21x$

وبما أن 17 أولي مع 21 فإنه حسب غولي $17 | x$

اذن $x = 17k$ حيث $k \in \mathbb{N}$

بالعويض في ② نجد $21 \times 17k = 17y$

ومنه $y = 21k$ ومنه حلول ②

$\begin{cases} x = 17k \\ y = 21k \end{cases}$

حيث $k \in \mathbb{N}$

ومنه $21(x-2) - 17(y-2) = 0$

$X = x - 2$

$Y = y - 2$

نضع $\begin{cases} 21x - 17y = 8 \\ 21 \times 2 - 17 \times 2 = 8 \end{cases}$

نضع

$$\begin{aligned} x &= 17k \\ y &= 21k \\ k &\in \mathbb{N} \end{aligned}$$

نجد $21x - 17y = 0$ من حلول (2)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 17k + \ell \\ y = 21k + \ell \end{cases} \text{ حيث } \ell \in \mathbb{Z}$$

2- دراسة باقي قسمة g^n على 13

(01) $g^2 \equiv 3 [13], g^1 \equiv 9 [13], g^0 \equiv 1 [13]$
 $g^{3k} \equiv 1 [13]$ حيث $g^3 \equiv 1 [13]$ و
 $g^{3k+1} \equiv 3 [13]$ حيث $g^{3k+2} \equiv 9 [13]$ و

| n | $3k$ | $3k+1$ | $3k+2$ |
|------------------------|------|--------|--------|
| باقي قسمة g^n على 13 | 1 | 9 | 3 |

$$3^{34B+20} - 9^{21d} - 2 \equiv 0 [13]$$

(3) تكون $(2, B)$ حل للمعادلة (1)
 $\begin{cases} x = 17k + \ell \\ y = 21k + \ell \end{cases}$

$$3^{34B+20} \equiv 3^{2(17B+10)} \equiv (3^2)^{17B+10} \equiv 9^{17B+10}$$

$$\begin{aligned} &\equiv 9^{357k+44} \equiv 3 [13] \quad (3) \\ &357k+44 = 3(119k+14) + 2 \\ &= 3K + 2 \end{aligned}$$

(1) ومن جهة أخرى
 $9^{21d} \equiv 9^{21(27k+\ell)} \equiv 9^{7 \times (27k+2\ell)} \quad (4)$
 $\equiv 9^{3K'} \equiv 1 [13]$

$$\begin{aligned} 3^{34B+20} - 9^{21d} &\equiv 2 - 2 [13] \quad (3) \text{ حيث } 3^{34B+20} \equiv 3 [13] \\ &\equiv 0 [13] \end{aligned}$$

(3) - لنكن $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ اي $21x - 17y = 8$

ونضع $x = 0 [4]$ ومنه $x = 4P$ بالقوى في ①

$$17y = 21 \times 4P + 8 \text{ اي } 21 \times 4P - 17y = 8$$

$$17y = 4(21P + 2)$$

حسب قوى $4 \mid y$

$$y = 0 [4] \text{ ومنه}$$

$$d \mid (21k+2) \times 4 \quad d \mid 17k+2 \quad d = \text{PG}(d(x, y)) \text{ لنكن}$$

$$d \mid 8$$

$$d \in \{1, 2, 4, 8\} \text{ ومنه}$$

$$x = 0 [8]$$

$$17k = -2 [8]$$

$$16k = 0 [8]$$

$$k = 0 [8] \text{ ومنه}$$

$$k = 8k_2 + 0$$

$$= 4(2k_2 + 1) + 0$$

$$k = 8P + 0 \text{ بالقوى } k_2 = 2P \text{ ومنه}$$

$$(x, y) = (136P + 0, 168P + 0)$$

$$x = 0 [4]$$

$$17k = -2 [4] \text{ اي}$$

$$16k = 0 [4] \text{ ومنه}$$

$$k = 0 [4]$$

$$k = 4 [4] \text{ ومنه}$$

$$k = 4k_1 + 0$$

$$k_1 = 2P + 1 \text{ لان}$$

$$k_1 = 2P \text{ ومنه}$$

I / ① تعيين الأعداد a, b, c :

$$P = bc = \overline{545} = 5 + 4a + 5a^2$$

$$S = b + c = \overline{46} = 6 + 4a$$

$$x^2 - (4a+6)x + 5a^2+4a+5=0$$

$$\Delta = 4(-a^2 + 8a + 4) \quad \text{لدينا}$$

$$a \in]2 - \sqrt{20}, 2 + \sqrt{20}[\quad \text{وحتى يكون } \Delta > 0 \text{ يجب أن يكون}$$

$$a = 8 \quad \text{أو} \quad a = 7$$

أو

$$\Delta = 11 \quad \text{و} \quad a = 7 \quad \text{نضع}$$

$$\Delta = 16 \quad \text{و} \quad a = 8 \quad \text{نضع}$$

$$b = 17 \quad \text{و} \quad c = 21$$

$$a = 8, b = 17, c = 21$$